Mecánica Clásica Alternativa

Alejandro A. Torassa

(2013) Buenos Aires, Argentina
atorassa@gmail.com

Resumen

Este trabajo presenta una mecánica clásica alternativa, que puede ser aplicada en cualquier sistema de referencia (rotante o no rotante) (inercial o no inercial) sin necesidad de introducir fuerzas ficticias.

Sistema de Referencia Universal

El sistema de referencia universal es un sistema de referencia fijo al centro de masa del universo.

La posición universal $\mathring{\mathbf{r}}_a$, la velocidad universal $\mathring{\mathbf{v}}_a$ y la aceleración universal $\mathring{\mathbf{a}}_a$ de una partícula A respecto al sistema de referencia universal $\mathring{\mathrm{S}}$, están dadas por:

$$\mathring{\mathbf{r}}_a = (\mathbf{r}_a)$$

$$\mathring{\mathbf{v}}_a = d(\mathbf{r}_a)/dt$$

$$\mathring{\mathbf{a}}_a = d^2(\mathbf{r}_a)/dt^2$$

donde $\mathbf{r}_a$ es la posición de la partícula A respecto al sistema de referencia universal $\mathring{\mathrm{S}}$.

La posición dinámica $\breve{\mathbf{r}}_a$, la velocidad dinámica $\breve{\mathbf{v}}_a$ y la aceleración dinámica $\breve{\mathbf{a}}_a$ de una partícula A de masa m_a, están dadas por:

$$\breve{\mathbf{r}}_a = \int\int (\mathbf{F}_a/m_a)\; dt\; dt$$

$$\breve{\mathbf{v}}_a = \int (\mathbf{F}_a/m_a)\; dt$$

$$\breve{\mathbf{a}}_a = (\mathbf{F}_a/m_a)$$

donde $\mathbf{F}_a$ es la fuerza resultante que actúa sobre la partícula A.

Principio General

La posición total $\tilde{\mathbf{R}}_{ij}$ de un sistema de bipartículas de masa M_{ij} $(M_{ij} = \sum_i \sum_{j>i} m_i m_j)$, está dada por:

$$\tilde{\mathbf{R}}_{ij} = \sum_i \sum_{j>i} \frac{m_i m_j}{M_{ij}} \left[(\mathring{\mathbf{r}}_i - \mathring{\mathbf{r}}_j) - (\check{\mathbf{r}}_i - \check{\mathbf{r}}_j) \right] = 0$$

La posición total $\tilde{\mathbf{R}}_i$ de un sistema de partículas de masa M_i $(M_i = \sum_i m_i)$, está dada por:

$$\tilde{\mathbf{R}}_i = \sum_i \frac{m_i}{M_i} (\mathring{\mathbf{r}}_i - \check{\mathbf{r}}_i) = 0$$

Por lo tanto, la posición total $\tilde{\mathbf{R}}_{ij}$ de un sistema de bipartículas y la posición total $\tilde{\mathbf{R}}_i$ de un sistema de partículas están siempre en equilibrio.

Observaciones

Desde el principio general se obtienen las siguientes ecuaciones:

12 ecuaciones para una bipartícula AB:

$$\frac{1}{x} \left[(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b)^y \times \left[\frac{d^z(\mathring{\mathbf{r}}_a - \mathring{\mathbf{r}}_b)}{dt^z} \right]_{\mathring{\mathrm{S}}} \right]^x - \frac{1}{x} \left[(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b)^y \times \left[\frac{d^z(\check{\mathbf{r}}_a - \check{\mathbf{r}}_b)}{dt^z} \right]_{\mathring{\mathrm{S}}} \right]^x = 0$$

12 ecuaciones para una partícula A:

$$\frac{1}{x} \left[(\mathbf{r}_a)^y \times \left[\frac{d^z(\mathring{\mathbf{r}}_a)}{dt^z} \right]_{\mathring{\mathrm{S}}} \right]^x - \frac{1}{x} \left[(\mathbf{r}_a)^y \times \left[\frac{d^z(\check{\mathbf{r}}_a)}{dt^z} \right]_{\mathring{\mathrm{S}}} \right]^x = 0$$

Donde:

x toma el valor 1 ó 2 (1 ecuación vectorial y 2 ecuación escalar)

y toma el valor 0 ó 1 (0 ecuación lineal y 1 ecuación angular)

z toma el valor 0 ó 1 ó 2 (0 ecuación posición, 1 ecuación velocidad y 2 ecuación aceleración)

Observaciones:

Si y toma el valor 0 entonces el símbolo $\times$ debe ser eliminado de la ecuación.

$\mathbf{r}_a$ y $\mathbf{r}_b$ son las posiciones de las partículas A y B respecto a un sistema de referencia S.

$\left[d^z(\ldots)/dt^z \right]_{\mathring{\mathrm{S}}}$ indica la z-ésima derivada temporal respecto al sistema de referencia universal $\mathring{\mathrm{S}}$.

Sistema de Referencia

La posición universal $\mathring{\mathbf{r}}_a$, la velocidad universal $\mathring{\mathbf{v}}_a$ y la aceleración universal $\mathring{\mathbf{a}}_a$ de una partícula A respecto a un sistema de referencia S, están dadas por:

$$\mathring{\mathbf{r}}_a = \mathbf{r}_a + \breve{\mathbf{r}}_s$$

$$\mathring{\mathbf{v}}_a = \mathbf{v}_a + \breve{\omega}_s \times \mathbf{r}_a + \breve{\mathbf{v}}_s$$

$$\mathring{\mathbf{a}}_a = \mathbf{a}_a + 2\,\breve{\omega}_s \times \mathbf{v}_a + \breve{\omega}_s \times (\breve{\omega}_s \times \mathbf{r}_a) + \breve{\alpha}_s \times \mathbf{r}_a + \breve{\mathbf{a}}_s$$

donde $\mathbf{r}_a$, $\mathbf{v}_a$ y $\mathbf{a}_a$ son la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula A respecto al sistema de referencia S; $\breve{\mathbf{r}}_s$, $\breve{\mathbf{v}}_s$, $\breve{\mathbf{a}}_s$, $\breve{\omega}_s$ y $\breve{\alpha}_s$ son la posición dinámica, la velocidad dinámica, la aceleración dinámica, la velocidad angular dinámica y la aceleración angular dinámica del sistema de referencia S.

La posición dinámica $\breve{\mathbf{r}}_s$, la velocidad dinámica $\breve{\mathbf{v}}_s$, la aceleración dinámica $\breve{\mathbf{a}}_s$, la velocidad angular dinámica $\breve{\omega}_s$ y la aceleración angular dinámica $\breve{\alpha}_s$ de un sistema de referencia S fijo a una partícula S, están dadas por:

$$\breve{\mathbf{r}}_s = \int\int (\mathbf{F}_0/m_s)\; dt\; dt$$

$$\breve{\mathbf{v}}_s = \int (\mathbf{F}_0/m_s)\; dt$$

$$\breve{\mathbf{a}}_s = (\mathbf{F}_0/m_s)$$

$$\breve{\omega}_s = \left|(\mathbf{F}_1/m_s - \mathbf{F}_0/m_s)/(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0)\right|^{1/2}$$

$$\breve{\alpha}_s = d(\breve{\omega}_s)/dt$$

donde $\mathbf{F}_0$ es la fuerza resultante que actúa sobre el sistema de referencia S en un punto 0, $\mathbf{F}_1$ es la fuerza resultante que actúa sobre el sistema de referencia S en un punto 1, $\mathbf{r}_0$ es la posición del punto 0 respecto al sistema de referencia S (el punto 0 es el centro de masa de la partícula S y el origen del sistema de referencia S) $\mathbf{r}_1$ es la posición del punto 1 respecto al sistema de referencia S (el punto 1 no pertenece al eje de rotación) y m_s es la masa de la partícula S (el vector $\breve{\omega}_s$ es colineal con el eje de rotación)

Un sistema de referencia S es rotante si $\breve{\omega}_s \neq 0$, éste es no rotante si $\breve{\omega}_s = 0$, y éste es inercial si $\breve{\omega}_s = 0$ y $\breve{\mathbf{a}}_s = 0$.

Las magnitudes $\breve{\mathbf{r}}$, $\breve{\mathbf{v}}$, $\breve{\mathbf{a}}$, $\breve{\omega}$ y $\breve{\alpha}$ son invariantes bajo transformaciones entre sistemas de referencia.

En este trabajo se asume que la posición dinámica $\breve{\mathbf{r}}_{cm}$, la velocidad dinámica $\breve{\mathbf{v}}_{cm}$, la aceleración dinámica $\breve{\mathbf{a}}_{cm}$, la velocidad angular dinámica $\breve{\omega}_{cm}$ y la aceleración angular dinámica $\breve{\alpha}_{cm}$ del sistema de referencia universal $\mathring{\mathrm{S}}$ fijo al centro de masa del universo son siempre cero.

En adición, la posición universal $\mathring{\mathbf{r}}_{cm}$, la velocidad universal $\mathring{\mathbf{v}}_{cm}$ y la aceleración universal $\mathring{\mathbf{a}}_{cm}$ del centro de masa del universo respecto al sistema de referencia universal $\mathring{\mathrm{S}}$ son siempre cero.

Fuerza Unificada

La fuerza unificada $\mathbf{U}$ ejercida sobre una partícula A de masa m_a por otra partícula B de masa m_b, causada por la interacción entre la partícula A y la partícula B, está dada por:

$$\mathbf{U} = \frac{m_a m_b}{m_{cm}} \left[(\mathring{\mathbf{a}}_a - \mathring{\mathbf{a}}_b) - (\breve{\mathbf{a}}_a - \breve{\mathbf{a}}_b) \right]$$

donde m_{cm} es la masa del centro de masa del universo, $\mathring{\mathbf{a}}_a$ y $\mathring{\mathbf{a}}_b$ son las aceleraciones universales de las partículas A y B, $\breve{\mathbf{a}}_a$ y $\breve{\mathbf{a}}_b$ son las aceleraciones dinámicas de las partículas A y B.

Desde la ecuación anterior se deduce que la fuerza unificada resultante $\mathbf{U}_{ab}$ que actúa sobre una bipartícula AB de masa $m_a m_b$, está dada por:

$$\mathbf{U}_{ab} = m_a m_b \left[(\mathring{\mathbf{a}}_a - \mathring{\mathbf{a}}_b) - (\breve{\mathbf{a}}_a - \breve{\mathbf{a}}_b) \right]$$

donde $\mathring{\mathbf{a}}_a$ y $\mathring{\mathbf{a}}_b$ son las aceleraciones universales de las partículas A y B, $\breve{\mathbf{a}}_a$ y $\breve{\mathbf{a}}_b$ son las aceleraciones dinámicas de las partículas A y B.

Desde la segunda ecuación anterior se deduce que la fuerza unificada resultante $\mathbf{U}_a$ que actúa sobre una partícula A de masa m_a, está dada por:

$$\mathbf{U}_a = m_a (\mathring{\mathbf{a}}_a - \breve{\mathbf{a}}_a)$$

donde $\mathring{\mathbf{a}}_a$ y $\breve{\mathbf{a}}_a$ son la aceleración universal y la aceleración dinámica de la partícula A.

Finalmente, desde el principio general se deduce que la fuerza unificada resultante $\mathbf{U}_{ab}$ que actúa sobre una bipartícula AB y la fuerza unificada resultante $\mathbf{U}_a$ que actúa sobre una partícula A están siempre en equilibrio.

Bibliografía

A. Einstein, Sobre la Teoría de la Relatividad Especial y General.

E. Mach, La Ciencia de la Mecánica.

R. Resnick y D. Halliday, Física.

J. Kane y M. Sternheim, Física.

H. Goldstein, Mecánica Clásica.

L. Landau y E. Lifshitz, Mecánica.